Enseignement et histoire des mathématiques

La controverse historique au service de l'enseignement.

RÉSUMÉ

Cet article s'intéresse au lien possible entre l'enseignement des mathématiques dans des classes du secondaire et leur histoire. A travers l'étude d'une situation proposée en classe, inspirée de l'activité Pile ou Croix (Parzysz, 2007), nous montrons comment une approche, en lien avec l'histoire de la discipline, permet d'envisager autrement l'apprentissage de la démonstration en mathématiques et amène à lui donner du sens auprès des élèves.

Sophie **CHARDRON**
Master MEEF
Mention 2^{nd} degré
Parcours Mathématiques
Inspé Académie de Nantes

MOTS CLÉS :

histoire des mathématiques, controverse historique, didactique des mathématiques, lycée, démonstration

INTRODUCTION :

Notre travail lors de notre année de formation initiale au sein de l'Espé de l'Académie de Nantes s'est organisé autour de la nécessité de trouver, d'inventer des moyens de donner de l'intérêt, du sens aux notions mathématiques que nous enseignons en classes de seconde.
Après avoir travaillé sur l'Histoire des probabilités et de la démonstration, nous nous sommes posé la question concernant l'enseignement de la démonstration en mathématiques dans le secondaire : comment faire naître chez les élèves l'intérêt de la démonstration ? Nous présentons, dans cet article, notre étude du lien entre l'Histoire des mathématiques et son enseignement. Cette étude est illustrée par une analyse de nos travaux en classe à partir de l'activité Pile ou Croix, initialement réalisée par Parzysz (2007).

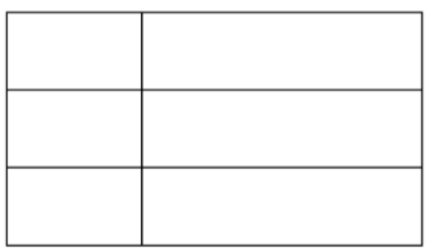
LA RECHERCHE EN LIEN AVEC L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Epistémologie de la démonstration

Suite à leurs études universitaires, les étudiants en mathématiques ont le plus souvent une représentation logico-déductive de la démonstration mathématique. Son approche par l'histoire de la discipline permet, d'après nous, d'envisager un autre point de vue et de faire évoluer les représentations initiales de chacun (enseignants débutants et élèves).
En effet, la démonstration mathématique telle qu'elle est enseignée actuellement à l'université, n'a pas toujours fait l'unanimité, à travers l'histoire, auprès des scientifiques. Barbin (1987-1988) distingue en cela deux types de démonstrations, associées à deux périodes différentes de l'histoire : l'antiquité fait naître les premières démonstrations axiomatiques ayant pour but de convaincre le lecteur tandis que le XVIIIè siècle et ses « Lumières » prônera une démonstration basée sur des méthodes dans le but d'éclairer les intéressés.
En tant que professeurs de mathématiques débutants et alors que nos études universitaires nous ont fortement influencés dans le fait d'adhérer entièrement au premier type de démonstration, nos élèves semblent naturellement attirés pas le deuxième type et ne voient souvent pas l'intérêt du premier. C'est ce constat effectué dans nos classes de seconde qui a initié notre questionnement.

Barbin (1987-1988) analyse également la valeur didactique de la méthode et s'interroge sur la signification de la démonstration pour un enseignant et pour un élève. La démonstration peut avoir comme but de rendre évident une proposition. De ce fait, selon Descartes, une méthode peut suffire. En revanche, si on considère que la démonstration doit convaincre, on attendra un autre raisonnement. Une expérimentation de Balacheff (1987, rappelée par Barbin) permet d'illustrer ce propos. Il demande à des élèves en classe de troisième de compter le nombre de rectangles dans la figure suivante :

FIGURE N°1
Enoncé distribué aux élèves



Lors de cette expérimentation, les élèves optent pour une approche « DESCARTES » c'est-à-dire qu'ils dénombrent avec une méthode rigoureuse le nombre de rectangles. A partir du moment où ils sont sûrs de leur méthode, il n'y a plus rien à démontrer.
Alors qu'aujourd'hui, un mathématicien se poserait la question : « Ai-je pu oublier un rectangle? « . Pour ce dernier, c'est la contradiction qui est au cœur de la démonstration et donc l'idée de convaincre, même les plus sceptiques.
De cette expérience, Barbin (1987-1988) tire une conclusion importante pour la compréhension de ce qu'est ou peut être une démonstration en mathématiques aujourd'hui : « Associer d'emblée l'idée de démonstration au raisonnement déductif ne va pas de soi. [...] Affirmer péremptoirement que démontrer c'est convaincre est une façon dogmatique d'aborder la question du sens de la démonstration ». Il ne faut donc pas prendre pour un axiome l'équivalence entre démontrer et convaincre.

On ne peut faire l'impasse sur la démonstration pour convaincre, cela fait partie aussi de la formation citoyenne des élèves.

Cela nous interroge vraiment sur le sens à donner à la démonstration aux élèves. Ceux-ci sont clairement dans l'esprit des scientifiques du XVIIIè siècle, c'est-à-dire qu'ils préfèrent des méthodes qui éclairent et ne voient pas l'intérêt de démontrer quelques choses qu'ils considèrent comme visible et donc évident. Cependant, bien que cette démonstration méthodologique soit constructive, on ne peut faire l'impasse sur la démonstration pour convaincre, cela fait partie aussi de la formation citoyenne des élèves. Notre objectif va donc être de faire naître une réflexion au sein de nos classes sur ce dernier type de démonstration.
Pour ce faire, nous avons décidé de choisir le thème des probabilités et cela pour deux raisons principales. D'une part, dans la séquence sur les probabilités, en lien avec les instructions officielles (MEN, 2018), les élèves ne vont pas pouvoir recourir à des démonstrations méthodologiques et devront utiliser des arguments logico-déductifs (même si les arguments ne viennent pas d'eux). De plus, les élèves, comme tout un chacun, ont expérimenté par eux-mêmes le hasard et ont leurs propres conceptions et règles de décision concernant le hasard. Notre rôle sera alors de déconstruire certaines fausses représentations, de montrer que la théorie mathématique des probabilités propose une « mesure du hasard » et que cet outil peut être utilisé pour prendre des décisions. D'autre part, la période pendant laquelle se construisent les premières théories sur les probabilités est très transversale. En effet, c'est à cette période (Siècle des Lumières) qu'apparaît l'essor scientifique, qui correspond à l'apparition de la méthode scientifique, ce qui a donné lieu à de nouveaux objets d'études et donc des controverses.

Le contexte historique lié à l'enseignement des probabilités

Si certains calculs de probabilités avaient déjà été formulés auparavant, comme la probabilité d'obtenir un nombre pair lors d'un lancer de dés, c'est au milieu du XVIIe siècle qu'apparaissent les premières solutions à des problèmes plus élaborés. L'écrivain Antoine Gombaud (XVIIe siècle), plus connu sous le nom de Chevalier de Méré, s'intéresse à un problème datant du Moyen-Age : deux joueurs participent à un jeu en plusieurs manches, par exemple le jeu de pile ou face. Le jeu s'arrête au moment où un des joueurs obtient un nombre de victoires déterminé au départ. Celui-ci gagne alors la mise promise au départ. Le problème intervient quand les joueurs n'ont pas le temps de finir leur partie et que l'un des joueurs a l'avantage : comment répartir équitablement la mise en jeu entre les deux joueurs ? Gombaud a soumis le problème aux mathématiciens de l'Académie de Mersenne, (future académie des sciences de Paris), et attisé ainsi la curiosité tout particulièrement de Pierre de Fermat et Blaise Pascal. C'est alors le début d'une correspondance épistolaire entre les trois mathématiciens durant laquelle Fermat eut l'idée pour la première fois de faire jouer des actions aux joueurs qui, dans la réalité, n'ont pas lieu. Par exemple, pour une partie de pile ou face telle que le jeu s'arrête dès lors qu'un des joueurs obtient trois fois pile, il y aura au plus cinq manches. En supposant que le résultat des trois premiers lancés soit pile, pile et face (PPF), et que les deux joueurs doivent se séparer, comment répartir les mises ? Fermat obtient au final 4 issues possibles (PPFPF, PPFPP, PPFFP, PPFFF) en rajoutant des manches « irréelles » (deux premiers cas) qui lui permettent de se ramener à une situation d'équiprobabilité. Il peut ainsi utiliser la définition d'une probabilité à savoir <p = nombre de cas favorables / nombre de cas possibles> .

Ce problème est le point de départ des recherches qui ont été ensuite menées dans le domaine des probabilités. Il a permis d'inscrire définitivement les probabilités comme une nouvelle branche des mathématiques à explorer notamment à travers la publication post mortem par Nicolas Bernoulli (1713) de « L'Art de conjecturer » de Jacques Bernoulli (1654-1705). Il y établit, dans la quatrième partie de l'ouvrage, la première démonstration de la loi des grands nombres en s'appuyant, entre autres, sur les jeux de hasard.

La première théorie des probabilités ne fût cependant pas acceptée aussi facilement par tous les mathématiciens et autres intellectuels du XVIIIe siècle. Samueli et Boudenot (2008) évoquent des remises en question célèbres de D'Alembert concernant le calcul des probabilités. Publié dans son mémoire « Doutes et questions sur le calcul des probabilités » en 1773, D'Alembert s'appuie tout d'abord sur des arguments d'ordre physiques en prenant l'exemple du paradoxe de Saint-Pétersbourg que Bernoulli a par ailleurs étudié. Ce dernier le résume ainsi :

« Pierre jette en l'air en une pièce et refait de même jusqu'à ce que, à la chute de la pièce, Face apparaisse pour la première fois : si ceci se produit au premier jet il doit donner à Paul un ducat ; si c'est au second , deux ducats; au troisième, quatre; au quatrième, huit et ainsi de suite en doublant à chaque jet le nombre de ducats. On demande quelle est l'espérance de Paul. »

Les résultats de la démonstration de Bernoulli montrent que l'espérance d'un tel jeu est infinie en s'appuyant sur la supposition que l'événement « Obtenir Face » pourrait ne jamais arriver et donc que le jeu durerait indéfiniment. Or c'est précisément sur ce point que D'Alembert est en désaccord. Pour lui, il serait physiquement impossible d'obtenir une infinité de fois face ou même dix mille fois face de suite. Son premier argument est d'ordre métaphysique et est basé sur le principe de la diversité des effets :

« Il est donc impossible, physiquement parlant, que croix arrive une infinité de fois de suite. [...] Il n'est pas dans la nature qu'un effet soit toujours et constamment le même comme il n'est pas dans la nature que tous les hommes et les arbres se ressemblent. » (Le Ru, p114).

D'Alembert oppose ainsi les applications physiques aux certitudes des calculs mathématiques. Son deuxième argument est plus concret et relève simplement de l'expérimentation :

« Par exemple, est-il possible, physiquement parlant, que si on jette une pièce en l'air dix mille fois de suite, il vienne de suite dix mille fois croix ou pile ? Sur cela j'en appelle à tous les joueurs. » (Samueli et Boudenot, 2008, p .171). A travers cet exemple, on perçoit également que D'Alembert remet en question le principe d'indépendance : obtenir plusieurs fois pile d'affilée augmenterait la probabilité d'obtenir face.

En 1755, D'Alembert écrit l'article « Croix ou pile » de l'Encyclopédie dans lequel il remet en question les raisonnements de Pascal, Fermat et Huygens. Cet article concerne le problème posé par Gombaud sur la mise à répartir suite à une interruption dans un jeu de pile ou face. Il le juge trop loin de la réalité du jeu et considère que : *« dès qu'une fois croix est venue, le jeu est fini, et le second coup est compté pour rien. Ainsi il n'y a que trois combinaisons possibles [...] »* (Ibid.)

D'Alembert établit alors un raisonnement d'équiprobabilité sur une situation non équiprobable. Celui-ci l'amène à déterminer une probabilité d'une chance sur trois, en contradiction avec les fréquences observées lors de la réalisation de l'expérience un grand nombre de fois. Cela illustre bien la contradiction mise en évidence entre la réalité physique et la modélisation mathématique qui dérange D'Alembert.

ETUDE DE NOTRE EXPÉRIMENTATION

Suite à l'étude de ces différentes recherches réalisées sur la démonstration dans le domaine des probabilités et l'Histoire des mathématiques, nous émettons l'hypothèse que l'Histoire des mathématiques, notamment l'Histoire de la théorie des probabilités, à travers ses controverses, peut permettre de faire naître chez les élèves la nécessité de démonstration.

Présentation et étapes de l'activité Pile ou Croix

Les remises en cause de D'Alembert concernant les probabilités se fondent en partie sur des critères de réalité physique. Il est fort à parier que des élèves en classe de seconde seront très sensibles eux aussi à ce type d'argument.

Nous prévoyons dans un premier temps, pour vérifier cela, une situation de classe comportant cinq étapes réparties sur quatre heures de cours : la découverte du texte, l'expérimentation (avec ou sans calculatrice), la simulation numérique (sur tableur), le bilan de l'algorithmie et de la programmation (sur Python).

Le fait de faire lire aux élèves un extrait de l'article « Pile ou Croix » de d'Alembert nous permet de relever les différentes tendances. De la même façon, Parzysz (2007) relate l'expérience qu'il a lui-même menée avec une classe de première au cours de l'année 1997. Trois hypothèses ont alors été mises en avant par les élèves : celle de d'Alembert, il y aurait une chance sur trois de gagner le jeu, celle de Pascal et Fermat, trois chances sur quatre et enfin une autre hypothèse apparaissant aux yeux de quelques élèves : une chance sur deux. Nous commencerons donc, après la lecture individuelle, par faire un sondage des différentes hypothèses choisies par les élèves. Cette expérience est menée dans trois classes de seconde (A, B et C).

Après en avoir fait une analyse a priori, nous avons repéré que la situation mathématique proposée répond aux objectifs d'apprentissages mathématiques suivants :

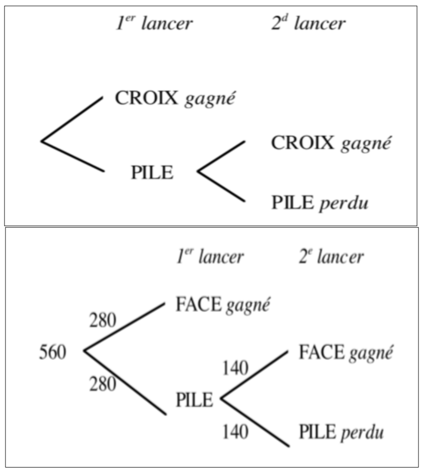
- Permettre de comparer deux modèles de probabilité dont un est équiprobable. On pourra ainsi essayer de donner plus de sens à cette notion grâce à un contre-exemple.
- Utiliser la loi des grands nombres afin de pouvoir vérifier expérimentalement quelle hypothèse semble être la bonne.
- Mettre en place un protocole expérimental et montrer en quoi l'évolution des techniques numériques a révolutionné la manière de pratiquer les mathématiques. Ainsi les élèves auront l'occasion de faire une expérience manuelle et de pratiquer l'algorithmie, la programmation et le tableur.
- Faire prendre conscience aux élèves que même les théories mathématiques peuvent être remises en cause et débattues, d'où la nécessité de pouvoir démontrer pour convaincre.

Cette activité comporte également d'autres objectifs pédagogiques tels qu'apprendre à formuler des hypothèses, développer le travail en équipe et la capacité à débattre, restituer à l'écrit ou à l'oral une argumentation et établir un bilan d'expérience.

Vers le bilan de l'activité

A l'issue de la simulation numérique sur tableur, tous les élèves auront pu observer que la fréquence recherchée semble tendre vers 0,75. Les élèves sont alors curieux de comprendre d'où pouvait venir leur erreur de raisonnement lorsqu'ils avaient pris le parti de D'Alembert. On attire dans un premier temps l'attention des élèves sur le trop faible nombre de lancers lors de la première expérience pour obtenir une fréquence « fiable » puis la question suivante est posée : comment D'Alembert et Pascal auraient-ils pu se mettre d'accord s'ils avaient été contemporains ? Les élèves sont d'accord pour dire qu'une simulation numérique serait un anachronisme et une expérience réalisée à la main serait trop imprécise et chronophage. Un élève de la classe C évoque l'idée de démonstration. Par suite, on essaye de raisonner avec les élèves pour démontrer le résultat et finalement en s'appuyant sur les connaissances de certains élèves, on démontre le résultat en utilisant un arbre pondéré et la multiplicativité des probabilités. A défaut de pouvoir justifier, en classe de seconde, la multiplicativité des probabilités dans un cas d'indépendance (programme de première), l'explication éclairante de Parzysz, basée sur des exemples avec des effectifs, est encore ce qui permet le mieux aux élèves de comprendre leur erreur de raisonnement :

FIGURE N°2
Parzysz (2007)



Pour conclure, il est intéressant de s'arrêter sur le statut que l'on donne à « l'erreur » de D'Alembert et donc des élèves ayant suivi son raisonnement.

Dans la classe C, les élèves ont demandé si l'erreur avait depuis été corrigée dans l'encyclopédie. Au-delà de la réponse juridique et historique qu'il faudrait apporter à cette question, c'est le statut de l'erreur en mathématiques qui est ici pointé du doigt. En effet, il ne s'agit pas ici de condamner « une grossière erreur » d'un grand mathématicien mais plutôt de montrer que le doute et l'erreur sont des éléments normaux de l'apprentissage des mathématiques qui évolue au gré des argumentations et sans doute également tout au long de l'Histoire de la discipline.

Gerville-Réache (2016) met d'ailleurs en garde contre le discrédit posé sur D'Alembert. Si ce dernier

avait à l'esprit une remise en cause des hypothèses de départ, à savoir l'indépendance entre les lancers et l'équiprobabilité des issues, alors on ne pourrait évoquer une contradiction entre le modèle Pascalien et celui de D'Alembert :
« Je ne voudrois pas cependant regarder en toute rigueur les trois coups dont il s'agit, comme également possibles. Car un, il pourroit se faire en effet (et je suis même porté à le croire), que le cas pile croix ne fût pas exactement aussi probable que le cas croix seul; mais le rapport des probabilités me paroit inappréciable. » (D'Alembert Opuscules Mathématiques tome 2, pages 21-22 in Gerville-Réache, 2016) ?
On perçoit bien ici que D'Alembert émet des doutes sur son raisonnement. Gerville Réache émet l'hypothèse que derrière les probabilités « inappréciables » de D'Alembert se cache une vision épistémique des probabilités. Ces précisions nous paraissaient intéressantes pour ne pas discréditer totalement et peut-être à tort D'Alembert. Nous avons donc décidé d'évoquer avec les élèves le fait que tout modèle posé était contestable et que, pour se mettre d'accord sur une démonstration, il faut avant tout être sûr d'être en accord sur les hypothèses accolées à ce modèle. Cependant, après ces échanges avec les élèves, nous avons pris la décision de ne pas aller plus loin dans cette voie avec eux, le contenu mathématique étant déjà bien assez dense pour des élèves de Seconde.

NOS RÉSULTATS

Bilan global

Le bilan global de l'activité est à nos yeux très positif. L'argumentation étant au cœur de celle-ci, elle permet véritablement de discuter avec les élèves de la notion de démonstration tout en travaillant sur des principes de base de la théorie des probabilités. Une coopération entre professeur d'Histoire et professeur de Mathématiques dans la classe C a aussi permis de donner plus de consistance à cette activité. Nous pensons même que certains élèves s'impliquent plus facilement dans la démarche mathématique grâce au contexte historique. Un point très positif est aussi le changement de regard que les élèves portent sur la discipline, depuis l'expérimentation. Les mathématiques ne sont plus une science figée où les résultats théoriques se succéderaient année après année. C'est une science qui a évolué au fil du temps et des controverses et elle continue encore à évoluer. Enfin cette activité s'inscrit totalement dans les nouvelles injonctions institutionnelles (MEN, 2019) annonçant un retour de la démonstration et l'introduction de l'Histoire des mathématiques dans les programmes.
Il ne faudrait pas négliger cependant les difficultés que peuvent rencontrer les élèves dans ce genre d'activité notamment pour la compréhension des textes. Il est important lors de la lecture des textes, de bien mettre en relief les notions mathématiques qui sont étudiées si nous souhaitons que les apprentissages perdurent dans le temps. Enfin on ne peut dissocier l'argumentation proposée par les élèves du savoir qu'ils avaient a priori et qu'ils ont reçu a posteriori. C'est ce que nous avons essayé de mesurer à travers un sondage faisant un bref état des lieux des connaissances des élèves ou de leurs intuitions concernant l'équiprobabilité et la loi des Grands Nombres.

Influence sur les connaissances des élèves

Suite à notre expérimentation en classes de seconde, nous avons décidé de donner le questionnaire à quatre types de sondés (et pas nécessairement dans nos classes) :

- Type 1 : élèves n'ayant pas encore fait la séquence probabilité. (44 élèves)
- Type 2 : élèves ayant fait la séquence probabilité mais pas l'activité Pile ou Croix. (27 élèves)
- Type 3 : élèves sortant tout juste de

leur séquence de probabilité en ayant fait l'activité Pile ou Croix. (27 élèves)

• Type 4 : élèves ayant fait l'activité Pile ou Croix trois mois auparavant. (21 élèves dans la classe A et 20 élèves dans la classe B)

Le résultat de ce sondage est intéressant pour diverses raisons. Concernant l'évolution de la notion de probabilité dans l'esprit des élèves, on peut déjà constater que rares sont les élèves qui n'ont pas donné de réponse à une question. Cela peut s'expliquer par le fait qu'ils ont tous déjà expérimenté le hasard dans leur vie de tous les jours (ils se sont donc déjà construit leur propre conception de l'aléatoire), mais aussi par l'enseignement qu'ils ont reçu au collège dans ce domaine.

Les résultats montrent globalement une évolution dans le type de réponses apportées et ceci particulièrement pour la dernière question qui leur demandait : « comment vérifier si une pièce est truquée ? ». En effet les expérimentations basées sur des considérations physiques ont laissé place à la répétition de lancers et l'observation de fréquence d'apparition d'une face : dans les classes ayant fait l'activité Pile ou Croix, plus de 60 % des élèves utilisent ces derniers arguments alors que moins de 40 % des élèves n'ayant pas fait l'expérience s'y réfèrent.

Le vocabulaire utilisé évolue aussi et s'affine en particulier pour les élèves du type 3, ayant tout juste réalisé l'expérience. Les élèves de type 4 (ayant fait l'expérience 3 mois auparavant) parlent de fréquence, de pourcentage et de répétition sans pour autant citer l'équiprobabilité ou la loi des Grands Nombres. Ainsi le vocabulaire a du mal à résister à l'épreuve du temps mais la compréhension des phénomènes qu'ils décrivent semble bien ancrée.

Il est important de s'arrêter aussi un peu plus en détail sur les élèves de type 4. En effet, nous avions comme première intention de regrouper dans une seule et même catégorie les élèves de la classe A et B. Mais suite à des résultats du sondage et de l'écart impressionnant entre les réponses apportées, en particulier aux questions 1 et 2, il semblait important de dissocier ces deux groupes d'élèves. Si la classe A semble avoir pleinement tiré parti de cette activité en faisant référence dès que possible à des arguments mathématiques (arbre des possibles, fréquences), la classe B est restée très souvent sur des considérations physiques ou des généralités. Sans négliger l'utilisation d'un vocabulaire non adéquat qui a parfois pu perturber les élèves, on peut tout de même émettre quelques hypothèses quant aux difficultés rencontrées par la classe B. Cette dernière a d'abord rencontré des difficultés dans la compréhension du texte que n'a pas eues la classe A. Suite à cette première difficulté, les élèves devant donner un premier avis sur la probabilité en jeu ont très vite pris le parti d'un autre élève de la classe plus assuré. Cet élève en question s'est par la suite vite rendu compte du véritable problème posé « Mais Madame, si on gagne, on relance ou pas ? ». Ainsi les interactions avec l'enseignante ont considérablement influencé le choix des élèves qui ont majoritairement pris le parti de Pascal. Il est donc très difficile de mesurer à quel point les élèves se sont mathématiquement impliqués dans l'activité mais on peut constater que les classes A et C soutenant très majoritairement la thèse de D'Alembert semblent avoir été marquées plus fortement par l'activité. Il est possible que l'apprentissage par l'erreur soit ici plus formateur car plus marquant. On peut aussi supposer que pour ce type de classe, au profil similaire à celui de la classe C, une introduction plus longue au contexte historique pourrait permettre aux élèves de surmonter les difficultés de compréhension plus vite et de s'impliquer plus facilement dans la recherche mathématique en tant que telle.

Ainsi l'impact d'une telle activité sur les apprentissages des élèves qui dépend de plusieurs paramètres

ne semble pas négligeable, bien au contraire. Il est tout de même important de noter que certains élèves peuvent avoir tout à fait compris l'enjeu des hypothèses théoriques que les mathématiciens font pour modéliser une situation réelle (indépendances, équiprobabilité…), ainsi que leurs conséquences (loi forte des Grands Nombres) mais malgré tout, ne pas y adhérer :
« Il suffirait de voir si après un certain nombre de lancers, il y a à peu près autant de résultats de chaque côté, mais je n'y crois que très peu . » (un élève de la classe A)
Il faut ici interroger la remise en question de l'élève : est-elle d'ordre théorique? (remise en question de la convergence des fréquences théoriques) auquel cas la simulation numérique est une possibilité pour expliquer le phénomène, ou est-elle d'ordre pratique ? (remise en question de la cohérence entre le modèle mathématique et la réalité ?) auquel cas la seule réponse possible est de proposer à l'élève de (re)faire l'expérience. Quoiqu'il en soit l'élève fait cohabiter ses anciennes représentations avec ce qui lui a été enseigné, à défaut d'adhérer complètement encore à ce qu'il a appris de nouveau. L'élève a bien compris que la théorie des probabilités est seulement un instrument de mesure du hasard qui ne donne pas l'avenir avec certitude mais cette mesure incertaine ne le convainc pas forcément et il préfère alors utiliser les règles de décisions issues de son propre modèle du hasard. C'est ce qui conduit un élève à dire : « En théorie, il n'y a pas de côté plus intéressant que l'autre à choisir mais je vais quand même dire Face car le côté est sorti moins de fois que Pile ». Plusieurs élèves ont ainsi différencié la réflexion théorique sur l'expérience de la pratique elle-même.

CONCLUSION

L'expérimentation a montré que l'Histoire des mathématiques peut être un véritable point d'appui pour l'enseignement des mathématiques et ceci pour plusieurs raisons. Pour montrer aux élèves la construction d'une notion dans l'Histoire de la discipline, pour faire naître l'intérêt de la démonstration chez les élèves de lycée et aussi pour contribuer à des apprentissages. Nous sommes en cela en accord avec les nouveaux programmes de lycée qui donnent une place importante à la démonstration et à l'Histoire des mathématiques. Ce travail nous encourage d'autant plus à continuer de questionner les diverses façons d'aborder ces deux domaines et le rôle que l'on souhaite leur faire jouer dans les apprentissages. Ainsi, il parait légitime de s'interroger sur le type de démonstration que l'on peut attendre des élèves. En effet, il semble difficile de demander aux élèves, dont les bases de raisonnement sont encore fragiles, de concevoir une démonstration qui s'appuie sur des connaissances le plus souvent en cours de construction. Cependant nous pouvons insuffler la nécessité de démonstration en travaillant en parallèle la construction logique d'un raisonnement. Ce qui constitue un premier pas pour nous, professeur débutant, essentiel en classe de Seconde afin de donner du sens à l'enseignement de la démonstration au lycée ■

BIBLIOGRAPHIE

Balacheef, N. (1987) Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*. Vol.18(2).

Barbin, E. (1987-1988) La démonstration mathématique : significations épistémologiques et questions didactiques. Publications mathématiques et informatique de Rennes, n°5.

Barbin, E., Lamarche J.-P.(2004) *Histoires de probabilités et de statistiques. Histoire des mathématiques*. IREM Histoire et Epistémologie des Mathématiques. Ellipses, Paris. http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/66_article_453.pdf

Gerville-Réache. L. (2016) A la recherche des lois de probabilités de D'Alembert. Disponible en ligne : https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01534662/document

Hacking, I. (2002) *L'émergence de la probabilité*. Seuil, Paris.

Parzysz, B. (2007) Expérience aléatoire et simulation : le jeu de croix ou pile. *Repères IREM*. n°66. Disponible en ligne : http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/66_article_453.pdf

Robert, A. (2008) la double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouck (2008) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Octarès.

Le Ru, V. (1994) *Jean Le Rond D'Alembert philosophe*. Vrin.

Samuelli, J.-J. et Boudenot, J.-C. (2008) *Une histoire des probabilités*. Ellipses, Paris.